

Unidad 4. Cinemática

Movimiento

Todo en el Universo está continuamente en movimiento. Aquí estudiaremos cuerpos que se mueven por efecto de algún tipo de interacción que han experimentado, pero por ahora no nos ocuparemos de esa interacción, sino de describir el movimiento del cuerpo por efecto de esa interacción.

Es decir, nos ocuparemos de cuerpos inertes. Son cuerpos que por sí solo no pueden hacerse nada. Necesitan alguna interacción para moverse.

Ahora bien. ¿Qué significa que algo se mueva?

Analicemos la siguiente situación: Cuando un tren pasa por una estación, decimos que el tren está en movimiento; sin embargo, un pasajero de ese tren puede decir que la estación se halla en movimiento en sentido contrario a la del tren. Entonces ¿Quién se mueve?, ¿el tren, o la estación?

Un objeto se halla en movimiento cuando un punto cualquiera de ese objeto cambia de posición. ¿Cómo se sabe que un objeto cambia de posición?

Para saber que un objeto cambia de posición es necesario fijar:

- Un sistema de referencia, definido como un conjunto de objetos que están en reposo respecto de un observador. La persona que está en el andén observa desde un sistema de referencia para el cual, ella, el piso, los árboles, etc. están fijos. En cambio para la persona que viaja en el tren, observa desde un sistema de referencia en el cual los asientos del tren, el piso del tren, las paredes del tren, etc. están fijos.

El concepto de movimiento es un concepto relativo; para un sistema de referencia dado un cuerpo puede hallarse en reposo, para otro puede hallarse en movimiento. O sea que un cuerpo se halle en reposo o en movimiento depende del sistema de referencia elegido.

- Un sistema de coordenadas, por ejemplo cartesiano ortogonal, que permita determinar la posición de un objeto en el espacio y si cambia con el tiempo asociado a un dado sistema de referencia.

Para nuestro análisis trabajaremos en el modelo de partícula. Es decir que nuestro cuerpo inerte que se mueve se puede describir localizando un sólo punto en un sistema de coordenadas.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

1) Sentada en el andén de la estación Retiro veo pasar el tren en el cual mi amiga se dirige a la ciudad Nazaret. Mi amiga que viaja en ese tren afirma que soy yo que me estoy alejando. ¿Quién tiene razón?

2) Un espía viaja sin boleto en el tercer vagón del Expreso a Kamtchatka. Al pasar por Katmandú nota que se acerca peligrosamente el guarda desde el segundo vagón. Mientras tanto un agente secreto examina cuidadosamente el paso del tren desde un andén de la estación de Katmandú tratando de reconocer a cada uno de los pasajeros.

- ¿En qué sentido se mueve el guarda según el espía? ¿Y según el agente?
- ¿Se mueve el agente respecto al espía? ¿Y el espía respecto al agente?
- ¿Qué conclusión se puede extraer del análisis global de la situación?

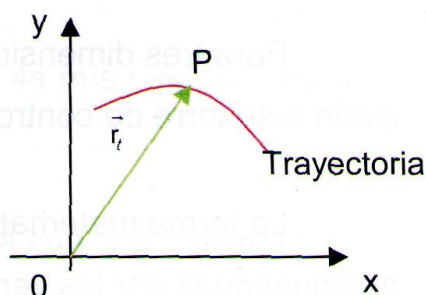
3) Un mochilero que viaja en tren durante la noche, se despierta repentinamente. Las persianas del vagón están completamente cerradas. Al encender su linterna ve sobre una mesita un vaso con agua y parte de un cubito de hielo.

- ¿Podría sin abrir las persianas determinar si el tren está detenido en una estación ($v = 0$ respecto de la Tierra) o si está viajando entre estaciones ($v \neq 0$ respecto de la Tierra)?
- ¿Podría determinar si el tren está llegando o saliendo de una estación?

Posición. Desplazamiento

Consideremos un dado sistema de referencia respecto al cual el piso donde está nuestro cuerpo se halla quieto. Para ubicarlo en el espacio al cuerpo necesitaremos un sistema de coordenadas y un reloj que nos indique como cambia su posición con el tiempo.

Así, al iniciarse el movimiento de un cuerpo, hablaremos de la posición inicial que corresponde al instante inicial en que comenzamos el registro del tiempo (t_0) e indicando que se encuentra se encuentra en "tal o cual" posición con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante de tiempo t .

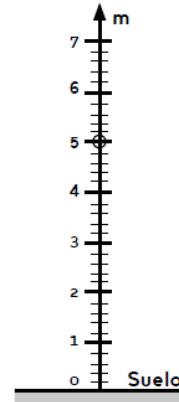


La trayectoria es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente el cuerpo a medida que transcurre el tiempo. Si la trayectoria que describe es recta, el movimiento es rectilíneo; en cambio, cuando describe una curva, el movimiento es curvilíneo (circular, parabólico, elíptico, etc.).

En su trayectoria el cuerpo va ocupando distintos puntos del espacio, a la ubicación del móvil en un determinado instante se da el nombre de *posición instantánea*. La posición podrá indicarse teniendo en cuenta un sistema de coordenadas adecuado a la situación.

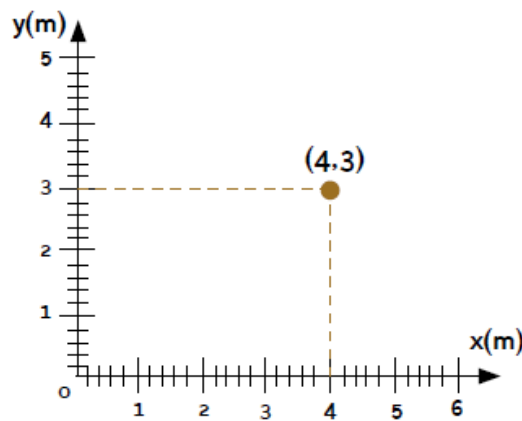
A modo de ejemplo:

1) **Una piedra que cae:** El movimiento es rectilíneo, se produce en una dimensión, por lo tanto basta indicar una sola coordenada con respecto al origen del sistema de coordenadas elegido. Por simplicidad se lo puede ubicar en el suelo, vertical con sentido positivo ascendente cuyo origen de coordenadas este en el piso y se establece su longitud con una cierta unidad para indicarla posición de la piedra en un dado instante.



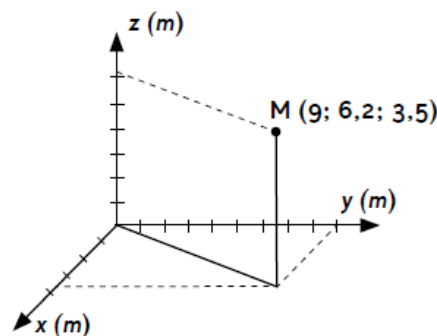
$$\vec{r} = 5 \hat{m}$$

2) **Una bola de billar que se mueve sobre una mesa:** El movimiento de la bola es rectilíneo en el plano por lo que es necesario establecer dos coordenadas para dar su posición en un instante dado con respecto al sistema de coordenadas elegido. Se puede elegir un sistema de coordenadas rectangular, con origen en una de las esquinas de la mesa, con sentido positivo hacia arriba y hacia la derecha.



$$\vec{r} = 4 \hat{m} + 3 \hat{m}$$

3) **Una mosca volando:** El movimiento de la mosca se produce en el espacio, por ello para dar su posición en un instante dado se deben indicar tres coordenadas.



$$\vec{r} = 9 \hat{m} + 6,2 \hat{m} + 3,5 \hat{m}$$

La posición que ubica el cuerpo es una magnitud vectorial, como puede verse de los ejemplos anteriores.

El camino recorrido o distancia recorrida está dado por la longitud de la trayectoria descrita por la partícula y es una magnitud escalar.

Si retomamos los ejemplos anteriores:

1) **Una piedra que cae:** Suponiendo que se deja caer desde $\vec{r} = 5 \text{ m } \hat{i}$, el camino recorrido será 5 m.

2) **Una bola de billar que se mueve sobre una mesa:** Si la bola llega a la tobera que se encuentra en el origen de coordenadas, utilizando el teorema de Pitágoras se puede calcular el camino recorrido.

$$d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$$

3) **Una mosca volando:** Suponiendo que parte del punto indicado y describe una circunferencia "perfecta" volviendo al punto de partida, el camino recorrido sería el perímetro de dicha circunferencia.

$$r = \sqrt{9^2 + 6,2^2 + 3,5^2} = 11,47 \text{ m}$$

El camino recorrido será: $d = 2 \pi r = 72,1 \text{ m}$

El desplazamiento es un vector determinado por las posiciones inicial y final de la partícula respecto a un sistema de coordenadas.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_{final} - \vec{r}_{inicial}$$

El vector desplazamiento no tiene por qué coincidir con la trayectoria, ni su módulo ser el camino recorrido.

El vector desplazamiento no depende del origen del sistema de coordenadas.

A modo de ejemplo.

Enunciado: Un potrillo que se encuentra en un instante a 5m al Este de un árbol (donde ubicaremos el origen de nuestro sistema de coordenadas) y a 7m hacia el Norte, pero dos minutos más tarde está ubicado a 3m al Oeste y 1m al Norte de ese mismo árbol. Escribí los vectores posición y el vector desplazamiento del potrillo correspondiente a esos dos minutos y representar en un esquema.

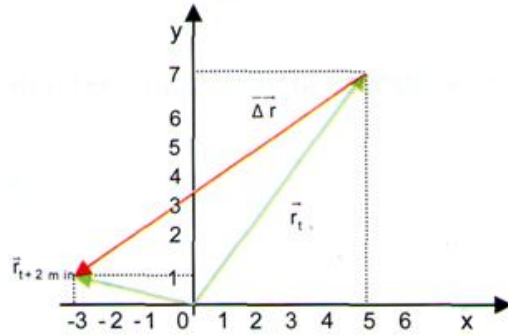
Resolución:

$$\vec{r}_{inicial} = 5 m \hat{i} + 7 m \hat{j}$$

$$\vec{r}_{final} = -3 m \hat{i} + 1 m \hat{j}$$

$$\Delta \vec{r} = (-3 - 5) m \hat{i} + (1 - 7) m \hat{j}$$

$$\Delta \vec{r} = -8 m \hat{i} + (-6) m \hat{j}$$



El vector $\Delta \vec{r}$ es un vector que une en línea recta la posición inicial con la final. Eso no significa que el objeto realmente se haya movido así. Nos da idea de la separación neta entre ambas posiciones.

Cualquiera sea la trayectoria recorrida entre ambas posiciones, el vector desplazamiento entre ellas es siempre el mismo.

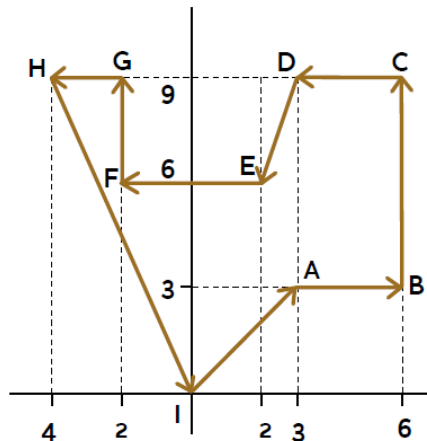
SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

4) En el juego del Pac-man, un bichito corre tras la víctima siguiendo la trayectoria de la figura, partiendo de I. Primero logra comer (en B) unas guindas, después unas frutillas (en C), una manzana (en G) y luego (en I) se come al fantasma.

a) ¿Cuál es el desplazamiento del bichito entre I y B, entre B y C, entre C y G y entre G e I? ¿Cuál es el desplazamiento entre la posición inicial y la final?

b) ¿En alguno de los desplazamientos anteriores coincide éste con la trayectoria?

c) ¿Cambiarían los resultados anteriores si el origen de coordenadas estuviese en el punto A?



Velocidad media e instantánea

Se define la velocidad media del móvil, como el cociente entre el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y el intervalo del tiempo Δt .

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Dada la forma en que se define la velocidad media tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento. Su dimensión en el S.I. es m/s.

¿Cuál será entonces la velocidad media del potrillo de la situación anterior en el intervalo de los dos minutos?

$$\vec{V}_m = \frac{-8 m\hat{i} + (-6)m\hat{j}}{2 s} = -4 \frac{m}{s}\hat{i} - 3 \frac{m}{s}\hat{j}$$

La velocidad media no es gran información sobre el movimiento. Sólo nos indica algo imaginario, que si el móvil hubiera ido en línea recta en ese intervalo, desde una posición hasta la otra siempre a esa velocidad, habría llegado en el tiempo real. Pero si la posición inicial y final coinciden en una trayectoria que puede ser muy grande pero en la que el objeto móvil vuelva al punto de partida, nos daría una velocidad media nula.

A modo de ejemplo.

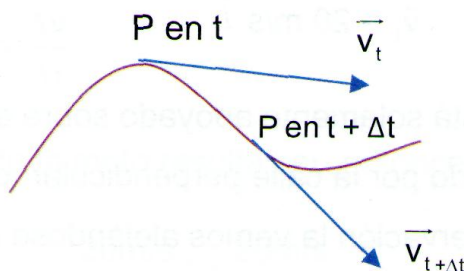
Enunciado: Una partícula se halla en la posición $X_1 = 18\text{m}$ cuando $t_1 = 2\text{s}$ y $X_2 = 3\text{m}$ cuando $t_2 = 75\text{s}$ respecto a un sistema de ejes ortogonales, donde uno de los ejes coincide con la dirección de movimiento de la partícula. Hallar el desplazamiento y la velocidad media en este intervalo de tiempo.

Resolución:

$$\Delta\vec{r} = (3 - 18) m \hat{i} = -15 m \hat{i}$$

$$\Delta t = (72 - 2) s = 70 s$$

$$\vec{V}_m = \frac{-15 m \hat{i}}{70 s} = -0,2 \frac{m}{s} \hat{i}$$



Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, es decir, tiende a cero, la velocidad media tiende a la velocidad instantánea, la velocidad en un instante dado cuya dirección ahora es tangente a la trayectoria de la partícula en ese punto. El módulo está dado por la pendiente de la tangente a la curva $x-t$ en ese tiempo.

El movimiento variado es aquél cuya velocidad varía con el tiempo. Para describir el cambio de la velocidad en el tiempo se define una nueva magnitud: la aceleración. El cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo del tiempo en el que se produce esa variación define la aceleración media.

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Su dimensión en el S.I. es m/s^2 .

La aceleración es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido pueden no coincidir con la de la velocidad. El vector aceleración tiene la dirección del vector cambio de velocidad.

A modo de ejemplo.

Enunciado: Por el punto M, de coordenadas (4m; 6m) pasa rápidamente un gato con una velocidad de (-15m/s; 20 m/s). Cinco segundos después, pasa por el punto N, de coordenadas (12m; 9m) con una velocidad de (10 m/s; 10 m/s). a) Representa en un sistema de ejes todos los vectores, b) Hallá el vector variación de velocidad del gato, el vector aceleración media y sus módulos.

Resolución:

$$\Delta \vec{v} = (10 - (-15)) \frac{m}{s} \hat{i} + (10 - 20) \frac{m}{s} \hat{j}$$

$$\Delta \vec{v} = 25 \frac{m}{s} \hat{i} - 10 \frac{m}{s} \hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{25 \frac{m}{s} \hat{i} - 10 \frac{m}{s} \hat{j}}{5 s} = 5 \frac{m}{s^2} \hat{i} - 2 \frac{m}{s^2} \hat{j}$$

Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño es decir, tiende a cero, el cociente anterior tiende a la aceleración instantánea.

Dado que la velocidad es un vector, puede variar tanto su módulo como su dirección. La variación de cualquiera de ellos, módulo o dirección, dará lugar a una aceleración que dé cuenta de ello.

Si la velocidad varía en módulo pero no en dirección, la trayectoria del móvil es rectilínea. En cambio si varía en dirección pero no en módulo, la trayectoria de la partícula es circular.

Y en el caso en que la velocidad varíe en módulo y dirección, la trayectoria de la partícula será curvilínea.

velocidad varíe en cantidades iguales en los mismos intervalos de tiempo o no, el movimiento es uniformemente variado o variado respectivamente.

Movimiento Rectilíneo Uniforme

Supongamos que yendo por una ruta vemos que adelante, a unos 15 m tenemos un camión de 22 m de largo, según leemos en su parte trasera, y unos 20 m más adelante de él, vemos otro camión igual, ambos a 80 km/h. No viene nada de frente en sentido contrario y los vamos a pasar. Mientras tanto nos despierta la curiosidad. ¿Cuántos metros de ruta necesitamos para pasarlos a ambos, a 130 km/h?

Antes, debemos adquirir el lenguaje necesario para hacer las descripciones y resoluciones analíticas adecuadas que nos faciliten el tema.

Comencemos por el caso más simple de todos: un objeto se mueve en línea recta y siempre a la misma velocidad (o sea manteniendo la misma intensidad, dirección y sentido). Se trata de un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.).

Como se trata de un movimiento en una dimensión, es conveniente elegir siempre el origen del sistema coordenado sobre la misma recta de la trayectoria, y sobre ella apoyar el eje x . Así, todas las magnitudes vectoriales (velocidad, posición, desplazamiento) quedan sobre esa misma recta y se facilita la descripción matemáticamente.

La posición instantánea quedará definida sólo con la coordenada x_t que nos indicará la distancia al origen y con su signo hacia qué lado del origen se encuentra el móvil, y un desplazamiento para un intervalo será Δx . Así, la velocidad quedará definida como:

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

No es necesario aclarar si es una velocidad instantánea, inicial, final, media, ya que estamos considerando el hecho de un movimiento con velocidad constante, por lo que es única y siempre la misma, cualquiera sea el intervalo que se considere, sea pequeño o largo.

A modo de ejemplo

Enunciado:

1.- Calcular la velocidad de un tren que recorre 400m con MRU durante 50 segundos.

Resolución:

$$V = \frac{400 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 8 \text{ m/s}$$

Enunciado:

2.- Expresar una velocidad de 72 km/h en m/s

Resolución:

Para ello recordamos que en 1h hay 60 minutos, y en cada minuto 60 segundos, por lo tanto en 1h tenemos 3600s.

$$V = 72 \frac{km}{h} = 72 \frac{1000 m}{3600 s} = 20 m/s$$

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

7) Un avión de Aerolíneas Argentinas vuela a 300 km/h, mientras que un avión de LAN Chile está volando a 1200 km/h. Ambos aviones están volando a la misma altitud y deben dejar caer un paquete. ¿En qué lugar de la Tierra caerán los paquetes con respecto a los aviones que los transportaban? Dibujar la trayectoria de los paquetes.

Ecuación horaria del MRU

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

8) Una partícula realiza un movimiento rectilíneo como se detalla en la siguiente tabla:

Posición (metros)	Tiempo (segundo)
0	0
100	2,3
200	4,6
300	6,9
400	9,2
500	11,5

- Representar en un par de ejes coordenados cartesianos la posición en función del tiempo.
- Calcular la pendiente de la recta.
- ¿Qué representa dicha pendiente?

Este movimiento, como todos, tiene una ley que lo representa o describe matemáticamente. Se llama ecuación horaria del MRU, y se obtiene a partir de la definición de la velocidad:

Sabemos que Δx indica el desplazamiento. Consideremos la posición final x_t no como

una última, sino como una posición no fija, que va cambiando, para así poder llegar a la ley general. La posición inicial x_0 puede ser cualquier posición conocida en un determinado instante también conocido t_0 . De esa forma, genéricamente un desplazamiento es:

$$\Delta x = x_t - x_0$$

Reemplazando en la expresión de la velocidad queda:

$$V = \frac{x_t - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x , obtenemos la ecuación horaria del MRU:

$$x_t = x_0 + V(t - t_0)$$

La posición x y el tiempo t se hallan relacionados linealmente. Si se grafica la posición en función del tiempo en un sistema de ejes cartesiano x - y , colocaremos la posición del móvil para cada instante de tiempo sobre el eje de las y (ordenadas) y el tiempo correspondiente sobre el eje de las x (abscisas). La representación gráfica obtenida es una recta cuya pendiente es la velocidad.

A modo de ejemplo

• Enunciado

Un automóvil viaja por una ruta rectilínea con velocidad constante. A las 14:30h pasa por el punto en que la indicación es kilómetro 220. A las 16:50h pasa por el kilómetro 350.

- Escribí y graficar la función que describe el movimiento.
- Escribí el sistema de ecuaciones que permite determinar la velocidad y la hora a la que el automóvil pasa por el kilómetro 415.

• Resolución

- Realizar una lectura del enunciado varias veces hasta comprenderlo.
- Identificar los dato/s.

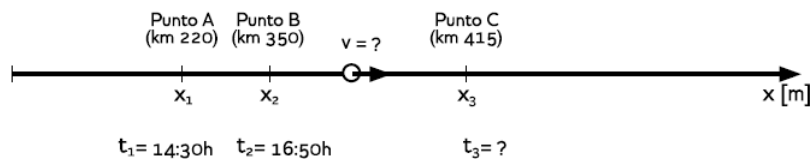
Trayectoria: rectilínea.

Velocidad: constante.

A las 14:30hr pasa por el punto indicado con el letrero km 220

A las 16:50hr pasa por el punto indicado con el letrero km 350.

- Identificar las incógnita/s.
 - Función que describe el movimiento.
 - Sistema de ecuaciones.
- Realizar un esquema.



El momento en el que el móvil comienza su recorrido debe ser considerado como momento a partir del cual se comienza a medir el tiempo, es decir que cuando el cronómetro indica 0 h, el móvil se encuentra en el origen de coordenadas.

5. Planteo de la ecuación matemática que describe el fenómeno físico.

$x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0)$ tal que t_0 es el momento en el que el móvil se encuentra en el punto x_0 , es decir que $x(t_0) = x_0$

6.- Desarrollo matemática para dar respuesta al problema físico.

a) $x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0) \rightarrow$ función que describe el movimiento

$$\begin{cases} x(14:30) = x_0 + v(14,50 \text{ h} - 0) \\ x(16:50) = x_0 + v(16,83 \text{ h} - 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 220 \text{ km} = x_0 + v(14,50 \text{ h} - 0) \\ 350 \text{ km} = x_0 + v(16,83 \text{ h} - 0) \end{cases}$$

La resolución matemática de este sistema da como resultado $v = 55,31 \text{ km/h}$ y $x_0 = -582 \text{ km}$. Se deben discutir los resultados matemáticos obtenidos, para darle una interpretación física.

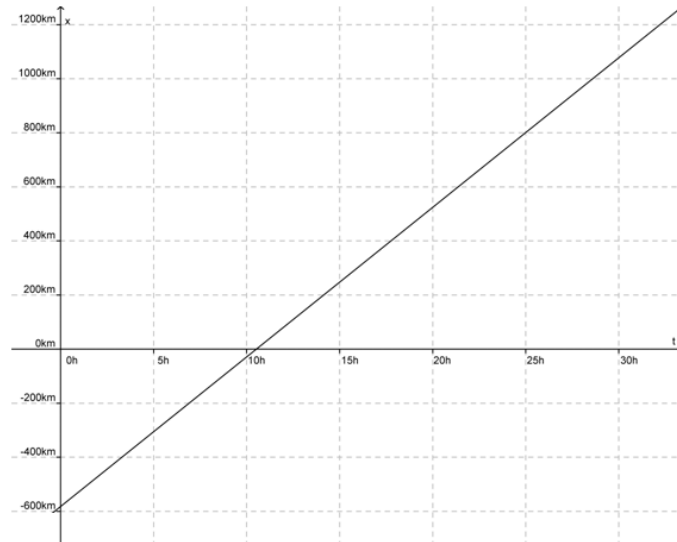
Para calcular en qué momento el móvil se encuentra en el km 415, se debe

$$x(t_1) = -582 \text{ km} + 55,31 \frac{\text{km}}{\text{h}} (t_1 - 0)$$

$$415 \text{ km} = -582 \text{ km} + 55,31 \frac{\text{km}}{\text{h}} (t_1 - 0)$$

Siendo el resultado de 18 h.

Vamos a realizar el gráfico de la ecuación horaria utilizando el GeoGebra.



• Enunciado

Valentina pasa al lado de una estatua en bicicleta, a 150 m/min, va hacia un árbol donde la espera Franco, ubicado a 1800 m. Dos minutos después, Franco llega caminando al árbol a 60 m/min, divisa a Valentina y va a su encuentro continuando a la misma velocidad.

- a) Escribir las ecuaciones horarias.
- b) Hallar dónde y cuándo se encuentran.
- c) Representar gráficamente para ambos la posición en función del tiempo.

• Resolución

1.- Primero entendamos el hecho físico sobre un esquema, eligiendo un sistema de coordenadas que puede ser la estatua como origen y el eje x positivo hacia el árbol.

2.- Es necesario también establecer un origen para los tiempos, aclarar desde cuándo se empieza a contar el tiempo para el análisis de la situación planteada. Lo podemos considerar en el instante en que Valentina pasa frente a la estatua. Ambos tienen movimientos rectilíneos y uniformes. Para armar sus ecuaciones horarias debemos identificar valores conocidos, todos ellos con respecto al sistema de coordenadas.



$$Valentina \begin{cases} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ v = 150m/min \end{cases}$$

$$Franco \begin{cases} x_0 = 1800m \\ t_0 = 2 \text{ min} \\ v = -60m/min \end{cases}$$

$$x_V = 150 \text{ m/min } t$$

$$x_F = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min}(t - 2 \text{ min})$$

Estas son las leyes de los movimientos, válidas para distintos valores del tiempo, la de Valentina desde 0 minutos, y la de Franco desde 2 minutos en adelante.

3.- La condición para que se encuentren debe ser que lo hagan en el mismo instante, (tiempo de encuentro), y en el mismo lugar (la misma coordenada). Es decir, se debe dar coincidencia y simultaneidad.

Condición de encuentro:

$$150 \frac{\text{m}}{\text{min}} t_E = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min}(t_E - 2 \text{ min})$$

Resolviendo la ecuación nos queda $t_E = 9,14 \text{ min} = 9 \text{ min } 8\text{s}$.

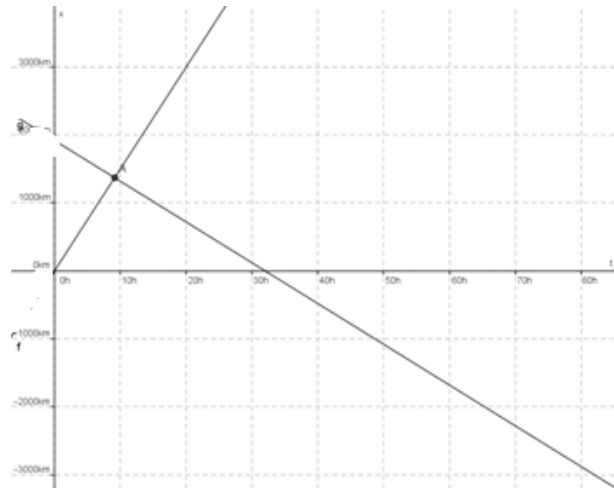
Para obtener la posición de encuentro, reemplazamos el valor del tiempo en alguna de las ecuaciones. Nos daría el mismo resultado con cualquiera de ellas, ya que el t_E se obtuvo de igualarlas.

$$x_e = 150 \text{ m/min} \cdot 9,14 \text{ min} = 1371 \text{ m}$$

Se encuentran a los 9 minutos aproximadamente. ¿Después de qué? Después de que Valentina pasara por la estatua, y a 1371 m de ese lugar.

Así como se adaptan las ecuaciones a un dado sistema de coordenadas, todo valor que se obtenga utilizándolas, resulta medido desde el mismo sistema, o sea, desde los mismos orígenes considerados para escribirlas.

4.- Para representar ambas ecuaciones vamos utilizar nuevamente el GeoGebra.



El punto de intersección de ambas rectas indica el instante y la posición de encuentro.

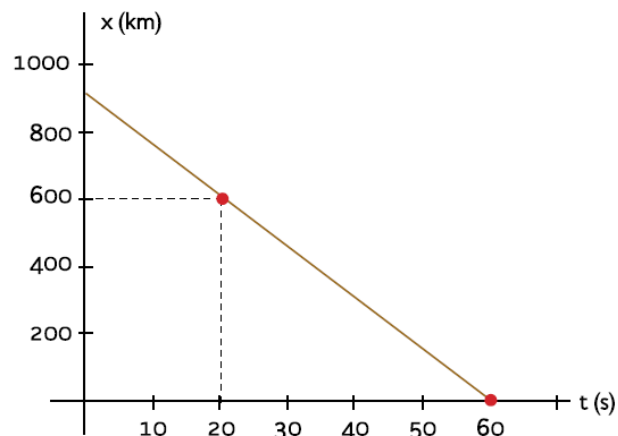
SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

9) Un automóvil viaja desde Buenos Aires hacia Córdoba con una velocidad de 70 km/h, con movimiento uniforme. A las 8 de la mañana está a 200 km de Buenos Aires. Calculá:

- a) A qué hora partió de Buenos Aires.
- b) A qué distancia de Buenos Aires estará a las 11 de la mañana.

10) El gráfico de la figura representa la posición de una partícula en función del tiempo.

- a) ¿Hacia dónde se desplaza?
- b) ¿Con qué rapidez se está moviendo?
- c) ¿Cuál es su velocidad?
- d) ¿Cuál es la ecuación que describe cómo varía la posición con el tiempo?
- e) Calculá la posición a los 10 segundos de iniciado el movimiento.
- f) Calculá en qué instante pasa por la posición $x = 300$ m.
- g) Graficá velocidad vs. tiempo.



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

El caso particular en el cual el módulo de la velocidad cambia en el tiempo en cantidades iguales y por lo tanto la aceleración es constante se denomina movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

Para cada situación elegiremos convenientemente el sistema coordenado ubicando el eje x sobre la misma recta donde se desplaza.

Este movimiento responde a sus propias leyes o ecuaciones horarias, que son dos: la que rige la velocidad en función del tiempo, que nos indica cómo va cambiando la velocidad a medida que transcurre el tiempo, y la de la posición en función del tiempo:

$$v = v_0 + a (t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + 1/2 a (t - t_0)^2$$

Donde x_0 indica la posición inicial de la partícula y v_0 la velocidad inicial con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante inicial t_0 en que comienza a medirse el tiempo.


Cada una de las ecuaciones indica cómo se relacionan entre sí dos variables.


Estas leyes encierran las infinitas posibles posiciones y velocidades que puede ir teniendo el móvil a medida que transcurre el tiempo.


Leyendo esas expresiones tenemos que ser capaces de calcular un valor de cualquiera de las magnitudes que figuran como variables dadas la otra, en cada una de esas ecuaciones; predecir velocidades, coordenadas futuras, o instantes en los que ocupa una posición o tiene una determinada velocidad; graficar la velocidad en función del tiempo, lo que simbolizamos $v = f(t)$ y posición en función del tiempo, es decir $x = f(t)$ y descubrir en cada uno de los gráficos, qué otras magnitudes se encuentran, además de las que figuran en los ejes.

Debe también ser posible a partir de los gráficos como información inicial, deducir la interpretación completa de cómo se mueve el objeto, y escribir las expresiones matemáticas que lo describen.

CONSEJOS ÚTILES:

 Es importante que comprendas la diferencia existente entre ecuación y función temporal de magnitudes cinemáticas.

 Dedicar un tiempo a la interpretación de las gráficas de las funciones posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y a la realización de las mismas.

 Es común, que en varios sitios de Internet se encuentren apuntes que usen como sinónimos sistema de coordenadas y sistema de referencia.

A modo de ejemplo:

• Enunciado

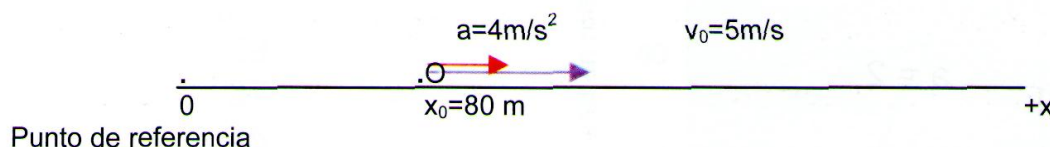
El movimiento de un móvil está dado por las siguientes leyes:

$$v = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2(t - 10 \text{ s})$$

$$x = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (t - 10 \text{ s})^2$$

• Resolución

Vemos en las ecuaciones dadas, que cuando el reloj indica 10 segundos, el objeto está pasando por una coordenada que está ubicada a 80 m del origen en sentido positivo, a 5 m/s moviéndose también positivamente, con una aceleración en ese mismo sentido, de 4 m/s²



Calculemos, por ejemplo para $t = 20 \text{ s}$, cuál es la velocidad y la coordenada en ese instante. Para ello reemplazamos el tiempo y resolvemos:

$$V_{20\text{s}} = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2(20\text{s} - 10 \text{ s}) = 45 \text{ m/s}$$

$$x_{20\text{s}} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (20\text{s} - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (20\text{s} - 10 \text{ s})^2 = 330 \text{ m}$$

También podemos investigar en qué instante su velocidad toma un valor en particular, por ejemplo 40 m/s:

$$40 \text{ m/s} = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 (20\text{s} - 10 \text{ s})$$

Resolviendo la ecuación nos da un tiempo de 18,75 s.

Si queremos saber en qué instante pasa por la coordenada $x = 400 \text{ m}$:

$$400 \text{ m} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (t - 10 \text{ s})^2$$

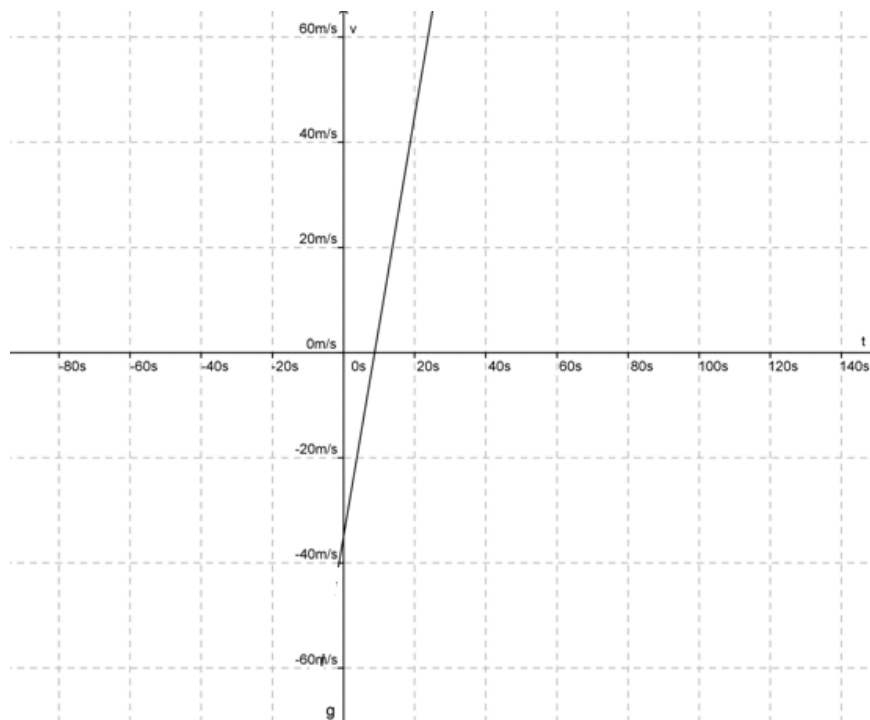
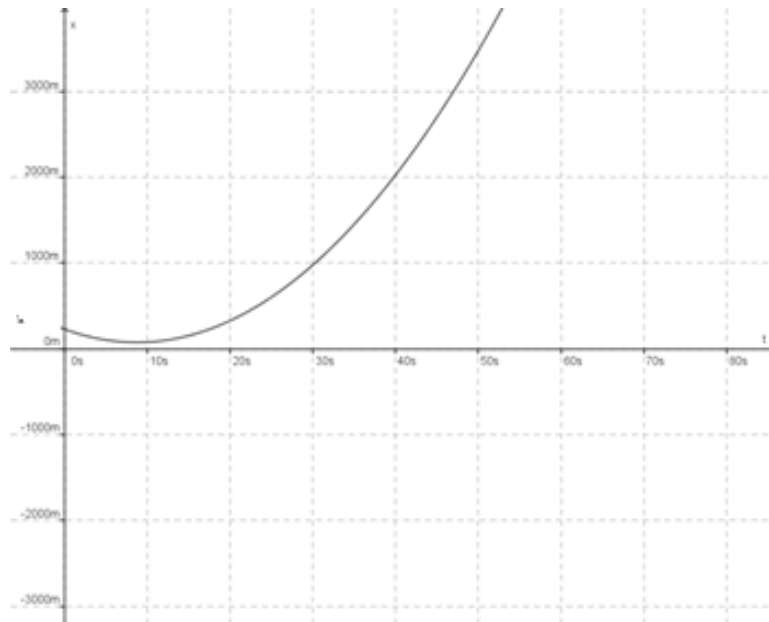
Esto nos lleva a resolver una ecuación cuadrática, que nos da dos resultados:

$$t_1 = 21,46 \text{ s}$$

$$t_2 = -3,96 \text{ s}$$

A t_2 lo descartamos por ser un tiempo negativo.

Vamos a realizar las graficas en función del tiempo:



• **Enunciado**

Una moto pasa por un punto A, a 15 m/s , acelerando a 2 m/s^2 hacia otro punto B, que se encuentra a 600 m . Cinco segundos más tarde pasa otra moto por B a 3 m/s , acelerando a 4 m/s^2 . Hallar:

- a) Dónde y cuándo se cruzan
- b) La velocidad de cada una en ese instante
- c) Representar para ambas $x = f(t)$ en un mismo gráfico.

• **Resolución**

Vamos a elegir un sistema de coordenadas ubicando el origen en A y positivo hacia B. Las ecuaciones horarias de ambas motos será:

$$X_1 = 15m/st + 1 m/s^2 t^2$$

$$V_1 = 15 m/s + 2 m/s^2 t$$

$$x_2 = 600 m - 3 m/s (t - 5s) - 2 m/s^2 (t - 5s)^2$$

$$v_2 = -3 m/s - 4 m/s^2 (t - 5s)$$

Para responder a) Se debe cumplir la condición de que $x_1 = x_2$

$$15m/st + 1 m/s^2 t^2 = 600 m - 3 m/s (t - 5s) - 2 m/s^2 (t - 5s)^2$$

Operando matemáticamente, se obtiene una cuadrática que da como resultado $t_{E1} = 14,06s$ y $t_{E2} = -13,4s$ El segundo valor se descarta por ser negativo.

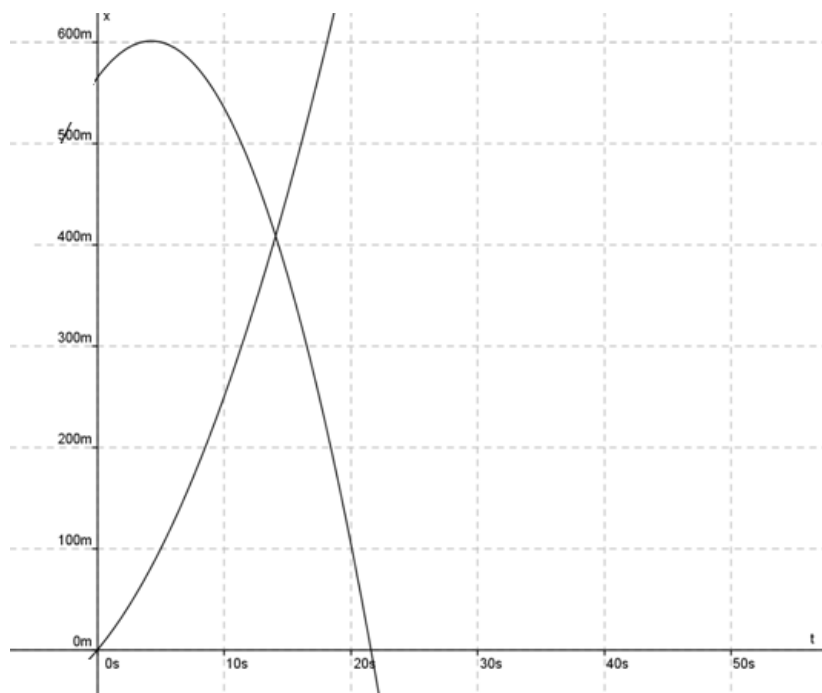
Luego se reemplaza el primer valor en alguna de las ecuaciones de la posición y en las de la velocidad, obteniendo:

$$x_E = 408,58m$$

$$V_{1E} = 43,12 m/s$$

$$V_{2E} = -39,24 m/s$$

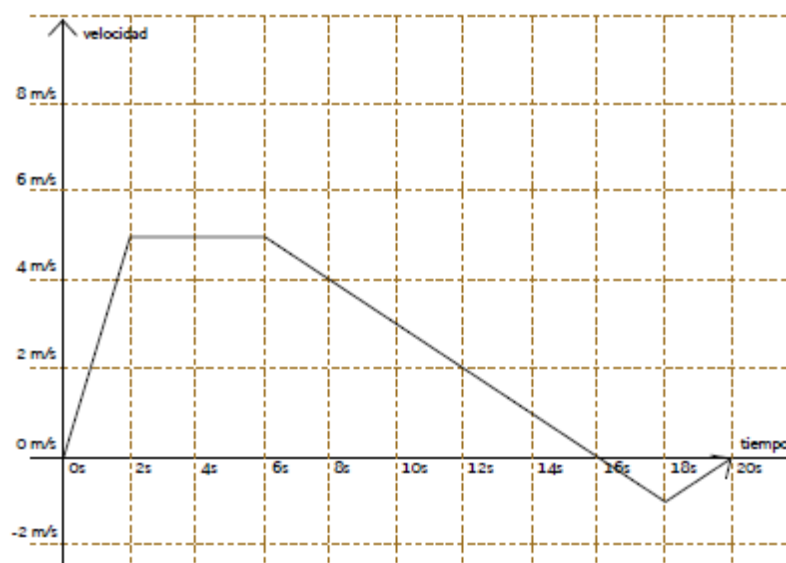
Finalmente, se gráfica, obteniendo:



SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

11) A partir del gráfico que representa la variación de la velocidad de una partícula en función del tiempo, indicar:

- Los instantes en los cuales la partícula está quieta.
 - Los intervalos de tiempo en los que se desplaza a velocidad constante.
 - Los intervalos de tiempo en los que la partícula se aleja o se acerca al punto de partida.
 - Los intervalos de tiempo en los que aumenta su velocidad o la disminuye.
 - La distancia que recorre mientras se aleja y mientras se acerca al punto de partida.
- ¿Vuelve a pasar por el mismo punto?



12) Un auto acelera desde el reposo con aceleración constante de 8m/s^2 en línea recta.

- a) ¿Con qué velocidad marchará a los 10s?
- b) ¿Cuánto habrá recorrido en 10s?

13) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una velocidad inicial de 5m/s y una aceleración constante de 2m/s^2 . Cuando su velocidad sea de 25m/s ¿Cuánto camino habrá recorrido?

14) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una aceleración constante de 4m/s^2 . Su velocidad es de 1m/s cuando $t = 0$, en cuyo instante está en $x = 7\text{m}$ ¿Con qué velocidad y en qué momento se halla a 8m de su punto de partida?

15) ¿Cuánto tiempo tardará una partícula que se desplaza en línea recta en recorrer 100m si parte del reposo y acelera a 10m/s^2 ? ¿Cuál será su velocidad cuando haya recorrido 100m ?

16) Un tren se mueve a lo largo de una vía recta con una velocidad de 180 km/h . Al aplicar los frenos su aceleración de frenado es de 2 m/s^2 .

Suponiendo que la aceleración permanece constante, ¿a qué distancia de una estación el maquinista deberá aplicar los frenos para que el tren se detenga en ella? ¿Cuánto tardará el tren en detenerse?

Recursos

Para visualizar animaciones

<http://www.meet-physics.net/David>

[Harrison/castellano/ClassMechanics/MotionDiagram/MotionDiagram.html](http://www.meet-physics.net/David-Harrison/castellano/ClassMechanics/MotionDiagram/MotionDiagram.html)

<http://www.meet-physics.net/David-Harrison/castellano/ClassMechanics/DisplaceDistance/DisplaceDistance.html>

Para visualizar simulaciones (en inglés)

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?board=1.0>

Para profundizar contenidos

<http://www.portalprogramas.com/gratis/libros-fisica-5-secundaria>

<http://www.educaplus.org/movi/index.html><http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/cinematica.htm>

Museo virtual con colecciones mundiales de instrumentos y material de laboratorio a lo largo de la historia:

<http://www.mhs.ox.ac.uk/visit/virtual-tour/>