## Números naturales

El nombre surge por el proceso natural del hombre de contar o enumerar elementos u objetos de un conjunto. El conjunto de los números naturales se denota **N.**

Se caracteriza por tener primer elemento (1) y no tener último elemento.

N cuentan con infinitos elementos, por lo que no resulta posible expresarlos por extensión, haciendo abuso de la notación se puede escribir:

$$N = \{1,2,3,4,5,\ldots\}$$

Si al conjunto de los números naturales se le agrega el número cero (0), este nuevo conjunto recibe el nombre de **Naturales Ampliado y** se denota con el símbolo **$N_O$**.

$$N_O = N \cup \{0\} = \{0,1,2,3,4,5,\ldots.\}$$

Se puede establecer una correspondencia biunívoca entre los números naturales y los puntos de una recta numérica.

Para ello se debe definir:

- Origen
- Sentido
- Segmento unidad

Una representación gráfica de **$N_O$** en la recta numérica, se muestra en la figura 1.

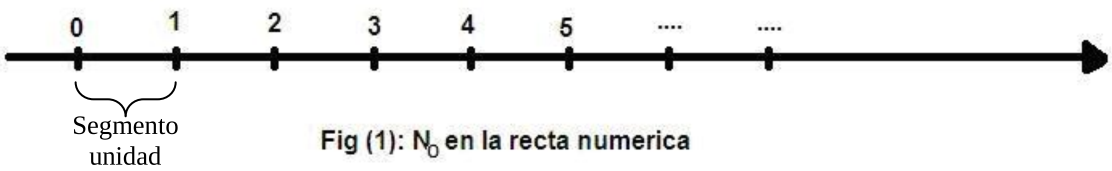

Fig (1): $N_0$ en la recta numerica

## Operaciones y propiedades en N

En los números naturales las operaciones de adición y producto cumplen la *Ley interna*, ya que el resultado de estas operaciones entre números naturales es también un número natural.

Adición en **$N_0$**

- Ley de cierre: Si $a \wedge b \in N_0 : a+b \in N_0$
- Propiedad asociativa: $(a+b)+c = a+(b+c)$
- Elemento Neutro: $a+0=0+a=a$
- Cancelativa: $a+c=b+c \Rightarrow a=b$
- Uniforme: Si $a=b \wedge c=d \Rightarrow a+c=b+d$
- Propiedad conmutativa: $a+b=b+a$

### Sustracción en $\mathbf{N_0}$

La sustracción no es un operaciones internas de $N_0$, pues la diferencia de dos números naturales puede no ser un número natural (no lo es cuando el sustraendo es mayor que el minuendo). Ejemplo. $2-5 \notin N_0$

- Cancelativa: $a-c=b-c \Rightarrow a=b$
- Uniforme: Si $a=b \wedge c=d \Rightarrow a-c=b-d$

### Producto en $\mathbf{N_0}$

- Ley de cierre: Si $a \wedge b \in N_0 : a.b \in N_0$
- Propiedad asociativa: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Elemento Neutro: $a.1=1.a=a$
- Cancelativa: $a.c=b.c \Rightarrow a=b$
- Uniforme: Si $a=b \wedge c=d \Rightarrow a.c=b.d$
- Propiedad conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
- Propiedad distributiva: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

  $a.(b-c)=a.b-a.c$

### Cociente en $\mathbf{N_0}$

La división, no es una operación interna en $N_0$, pues el cociente de dos números naturales puede no ser un número natural (no lo es cuando el dividendo no es múltiplo del divisor). Ejemplo: $3:5 \notin N_0$

- Uniforme: Si $a=b \wedge c=d \Rightarrow a:c=b:d$
- Cancelativa: $a:c=b:c \Rightarrow a=b$
- Propiedad distributiva: $(a+b):c=a:c+b:c$

  $(a-b):c=a:c-b:c$

## Números primos

En el conjunto de los números naturales, un número primo (distinto de 1) es aquel que tiene sólo dos divisores: el mismo número y el 1.

## Máximo común divisor (MCD)

El MCD de dos o más números naturales es el mayor número natural que los divide.

Para calcularlo, factorizamos los números (descomposición en factores primos).
*El MCD es el producto de los factores comunes con el menor exponente.*

**Mínimo común múltiplo (mcm)**

El mcm de dos o más números naturales es el menor número natural que es múltiplo de todos ellos.

Para calcularlo, factorizamos los números (descomposición en factores primos)
El mcm es el producto de los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

Por ejemplo el MCD y el mcm de 72 y 50 será:

| | |
|---|---|
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 50 | 2 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$$MCD\,(72;50) = 2$$
$$mcm\,(72;50) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$20 = 2.5^2$$