Números enteros

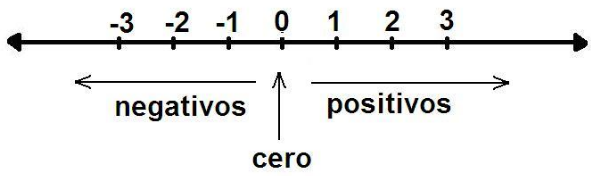
La necesidad de resolver operaciones de sustracción en el conjunto N_0, en las cuales *el minuendo es menor que el sustraendo* dio origen a la creación un nuevo conjunto numérico, el de los números enteros (Z). Este conjunto carece de primer y último elemento

Para formar el conjunto Z se define para cada $n \in N$, -n considerado el opuesto de n.

Haciendo un abuso de la notación se puede escribir al conjunto Z de la siguiente manera:

$$Z = \{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$$
$$Z = -N \cup \{0\} \cup N$$
$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+ \qquad \text{Donde } Z^- = -N = \{-n / n \in N\}$$
$$Z = Z^- \cup Z_0^+$$

Se representan en la recta numérica como indica el siguiente gráfico:



Observación: Entre dos números enteros existe una cantidad finita de números enteros.

Operaciones y propiedades números enteros

Se definen las mismas operaciones para el conjunto de números enteros vistas en N_0 y se conservan las propiedades establecidas en dicho conjunto N_0.

Debemos tener en cuenta algunas reglas operatorias, como ser:

Reglas de los signos:

$+ \cdot + = +$	$+ : + = +$
$+ \cdot - = -$	$+ : - = -$
$- \cdot - = +$	$- : - = +$
$- \cdot + = -$	$- : + = -$

La división, no siempre es posible entre elementos del conjunto Z, esto hace interesante estudiar la noción y consecuencia de la divisibilidad.

Sean a, d ∈ Z con $d \neq 0$. Se dice que d divide a a (o que a es visible por d, o que a es múltiplo de d) si existe un elemento k ∈ Z tal que $\boldsymbol{a = kd}$, (o sea que el cociente a/d es un número entero).

$$\frac{a}{d} = k \Leftrightarrow a = K.d$$

Se debe tener un especial cuidado el papel que desempeña el cero en la divisibilidad:

Si el valor de *d*=*0,* la expresión $\frac{a}{0}$, cuando $a \neq 0$, carece de sentido, porque ningún número multiplicado por 0 podría dar como resultado a.

Tampoco tiene sentido $\frac{0}{0}$, ya que cualquier número da como resultado 0 al ser multiplicado por 0. Falta de unicidad en el resultado, por lo tanto es indeterminada.

Potencia en Z

Base	**Radicando**	**Signo del resultado**
+	Par	+
	Impar	+
-	Par	+
	Impar	-

Radicación en Z

Índice	**Radicando**	**Signo del resultado**
Par	+	±
	-	No tiene solución
Impar	+	+
	-	-

Con índice impar, la raíz resultará un número positivo o negativo, cuando el radicando sea positivo o negativo, respectivamente:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \qquad \sqrt[3]{-27} = -3$$

Con índice par, si radicando positivo, el resultado es siempre un número entero.

$$\sqrt{4} = \pm 2 \text{ ya que } 2^2 = 4 \; y \; (-2)^2 = 4$$

Las raíces de base negativa e índice par, no tiene solución en **Z**, ya que ningún número entero elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

<u>Valor absoluto</u>

El valor absoluto de un número entero k se define:

$$|k| = \begin{cases} k & si \ \ k \geq 0 \\ -k & si \ \ k < 0 \end{cases}$$

El resultado es un número positivo.

Propiedades del valor absoluto

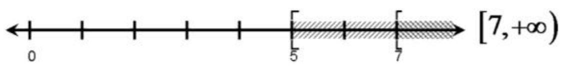
1) $|a| = |-a|$
2) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
3) $|a+b| \leq |a| + |b|$; $|a-b| \leq |a| + |b|$
4) $|a-b| \geq \big||a| - |b|\big|$

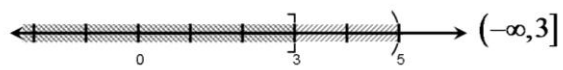
Ejemplo: Hallar $|x-5| \geq 2$

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 & si \quad x-5 \geq 2 \\ x-5 < 0 & si \quad -(x-5) \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0+5 & si \quad x \geq 2+5 \\ x < 0+5 & si \quad -x+5 \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 5 & \wedge \quad x \geq 7 \\ x < 5 & \wedge \quad -x \geq 2-5 \end{cases}$$





$$\begin{cases} x \geq 5 & \wedge \quad x \geq 7 \\ x < 5 & \wedge \quad x \leq 3 \end{cases}$$

$R^{ta} : (-\infty, 3] \cup [7, +\infty)$